

SÉRIE D'EXERCICES N° 5

Ce document comporte 2 pages.

THERMODYNAMIQUE CLASSIQUE

**A : Premier principe**

**A.I- Transformations polytropiques**

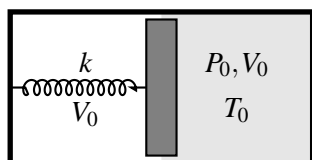
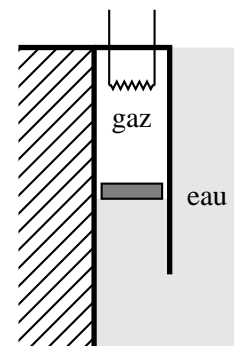
Un gaz parfait subit une transformation réversible caractérisée par  $PV^k = \text{cte}$  ; la constante  $k$  est l'exposant polytropique. Au cours de cette transformation, on définit la capacité thermique polytropique molaire  $c_k$  par  $\delta Q = c_k dT$ .

- 1. Calculer  $c_k$  en fonction de  $R$ ,  $\gamma$  et  $k$ .
- 2. Commenter les cas particuliers isobare, isochore, isotherme et adiabatique.

**A.II- Chauffage d'un gaz**

Un cylindre (section  $S$ ) fermé en haut et ouvert en bas est fixé à la paroi d'un grand réservoir rempli d'eau (masse volumique  $\rho$ ). Une mole d'hélium (gaz parfait monoatomique) se trouve dans la partie supérieure du cylindre, séparée de l'eau par un piston de masse, de capacité thermique et de conductivité thermique négligeables. On notera  $P_0$  la pression atmosphérique et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

- 1. Dans l'état initial, la hauteur occupée par l'hélium est  $2h$ . Déterminer la pression et la température initiale de l'hélium.
- 2. On chauffe lentement le gaz au moyen d'une résistance chauffante. Déterminer le transfert thermique à fournir pour que le piston descende de  $h$ .



**A.III- Système composite**

Le gaz est parfait, caractérisé par le rapport constant  $\gamma$  des capacités thermiques. Le ressort est situé dans un compartiment vide ; il atteint sa longueur à vide si tout le gaz est évacué du compartiment de droite. À l'équilibre initial, les deux compartiments ont même volume  $V_0$ . On néglige les capacités thermiques du récipient, du gaz et du ressort.

- 1. Exprimer la section droite  $S$  du cylindre.
- 2. On chauffe le gaz en lui fournissant un transfert thermique  $\delta Q$  ; sa température varie de  $dT$ . Déterminer la capacité thermique  $C = \frac{\delta Q}{dT}$  du système.

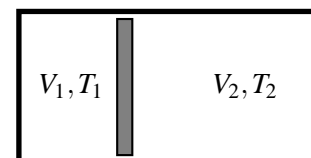
**B : Second principe**

**B.I- État d'équilibre**

Un récipient adiabatique comporte, de part et d'autre d'un piston, deux systèmes formés chacun d'une mole du même gaz parfait monoatomique. Dans l'état initial, les volumes et températures sont fixés à  $V_1 = V_0$ ,  $V_2 = 2V_0$ ,  $T_1 = T_0$  et  $T_2 = 3T_0$ .

On donne  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

- 1. Exprimer les variations infinitésimales  $dU$  et  $dS$  lors d'une évolution arbitraire.
- 2. Le piston reste bloqué mais on tient compte des échanges thermiques lors d'une évolution de longue durée. Calculer la variation d'entropie  $\Delta_r S$  du système.
- 3. Le piston est de plus mobile. Calculer la variation d'entropie  $\Delta_m S$  du système.



**A.I :**  $c_k = R \left( \frac{1}{\gamma-1} - \frac{1}{k-1} \right)$ .  $k = 0$ ,  $c_0 = c_p$  ;  $k \rightarrow \infty$ ,  $c_\infty = c_v$  ;  $k = 1$ ,  $c_1 \rightarrow \infty$  ;  $k = \gamma$ ,  $c_\gamma = 0$ .

**A.II :**  $P = P_0 + 2\rho gh$ ,  $T = 2hSP/R$ .  $Q = 10\rho gSh^2 + \frac{5}{2}P_0Sh$ .

**A.III :**  $S = \sqrt{kV_0/P_0}$ .  $C = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{P_0V_0}{2T_0}$ .

**B.I :**  $dU = \frac{3R}{2} (dT_1 + dT_2)$  ;  $dS = \frac{3R}{2} \left( \frac{dT_1}{T_1} + \frac{dT_2}{T_2} \right) + R \left( \frac{dV_1}{V_1} + \frac{dV_2}{V_2} \right)$ .  $\Delta_r S = 3,59 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .  $\Delta_m S = 4,57 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**B.II– Lois de Joule**

Une mole d'un fluide réel suit, dans un certain domaine de pression et de température, la première loi de Joule,  $dU = c_v(T)dT$ , mais pas la seconde,  $dH = c_p(T)dT + a(P)dP$ . On note  $r(T) = c_p(T) - c_v(T)$ .

1. En considérant une évolution isobare, montrer que l'équation d'état d'une mole de fluide se met sous la forme  $PV = F(T) + G(P)$ , et relier  $F$  et  $G$  à  $r(T)$  et  $a(P)$ .

2. On s'intéresse au cas particulier du fluide de Joule,  $P(V - nb) = nRT$  où  $b > 0$  est constant, ainsi que  $c_p$ . Comment évoluent la température et l'entropie d'un mole de ce fluide qui subit une détente de Joule–Kelvin, de l'état initial  $(P_0, T_0)$  à  $P_0/2$  ?

3. On considère maintenant le cas où  $a(P) = 0$ , même pour  $P \rightarrow 0$ . Quelle est l'équation d'état du fluide ?

**B.III– Détente dans le vide**

Un récipient parfaitement adiabatique de volume  $V_0$  contient de l'air, gaz parfait de rapport  $\gamma$  constant à la température  $T_0$  et sous la pression  $P > P_0$ . Il est placé dans l'atmosphère (pression  $P_0$  et température  $T_0$  uniformes et constantes). On suppose  $\Delta P = P - P_0 \ll P_0$ .

On ouvre brièvement le bouchon du récipient ; une faible quantité de gaz s'en échappe de sorte que la pression retombe à la valeur  $P_0$  à l'intérieur du récipient, qu'on rebouche alors.

1. Exprimer la température à l'intérieur du récipient à la fin de la transformation.

2. Exprimer la variation d'entropie de l'air qui était initialement contenu dans le récipient.

**B.IV– Cycle de Stirling**

Une certaine quantité de gaz parfait ( $\gamma = c_p/c_v$  est constant) subit des transformations cycliques réversibles : augmentation de volume isotherme à  $T_1$  de  $V_0$  à  $\alpha V_0$  ; variation isochore de température de  $T_1$  à  $T_2$  ; diminution de volume isotherme à  $T_2$  de  $\alpha V_0$  à  $V_0$  ; variation isochore de température de  $T_2$  à  $T_1$ .

1. Quelle condition faut-il imposer pour que le cycle soit moteur ?

2. On appelle  $\eta$  le rendement de ce moteur, et  $\eta_C$  le rendement du cycle de Carnot qui fonctionnerait entre les mêmes températures extrêmes. Calculer  $\eta_C/\eta$ .

---

**B.II** :  $r(T) = \frac{dF}{dT}$  et  $a(P) = \frac{dG}{dP}$ .  $\Delta T = -\frac{bP_0}{2c_p} < 0$ ,  $\Delta S = R \ln 2 + c_p \ln(1 + P_0 b / 2c_p T_0) > 0$ .  $PV = nRT$ , gaz parfait.

**B.III** :  $\Delta T = T - T_0 = -\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Delta P}{P_0}$ .  $\Delta S = \frac{\gamma V_0}{P_0 T_0} \Delta P^2$ .

**B.IV** :  $T_1 > T_2$ .  $\eta_C/\eta = 1 + \frac{1}{(\gamma-1)T_2 \ln \alpha}$ .