

DEVOIR EN TEMPS LIMITÉ N° 8 (26/03/08)

Ce document comporte 6 pages.

ÉLECTRONIQUE – RAYONNEMENT THERMIQUE

Problème I : Étude d'un module de radionavigation *d'après Centrale-Supélec (MP) 2006*

Pour qu'un satellite puisse remplir sa mission (télécommunication, observation...), il est nécessaire que ce dernier reste sur son orbite d'évolution. Il est donc impératif de contrôler en permanence le positionnement du satellite pour éventuellement corriger sa trajectoire si celle-ci dévie. Cela est réalisé par le module de navigation spatiale du satellite. Il réalise trois mesures différentes : une mesure d'altitude, une mesure de vitesse et une mesure d'angle. Cette partie se propose d'étudier une réalisation possible de chacune de ces fonctions.

I-A : Mesure d'altitude

On se propose d'étudier la technique de radioaltimétrie MFOC (Modulation de Fréquence à Onde Continue), utilisant un radar MFOC. La mesure de distance vraie est ici effectuée à l'aide d'une mesure de fréquence. Le schéma de principe de la chaîne de mesure est représenté fig. 1 à gauche. Le radar émet un signal en direction du sol ; on ne s'intéresse pas ici à l'étude de l'antenne transformant l'information électrique en onde électromagnétique ; quand on parlera de signal émis ou reçu, il s'agira donc de signaux électriques. Le sol réfléchit le signal en direction du satellite. Les deux signaux, émis et reçu, sont alors envoyés à l'entrée de la chaîne de mesure. Le multiplieur réalise le produit des signaux émis et reçu, avec une constante multiplicative k . À la sortie du multiplieur, le signal est filtré par un filtre passe-bas qui ne laisse passer que la composante de plus basse fréquence.

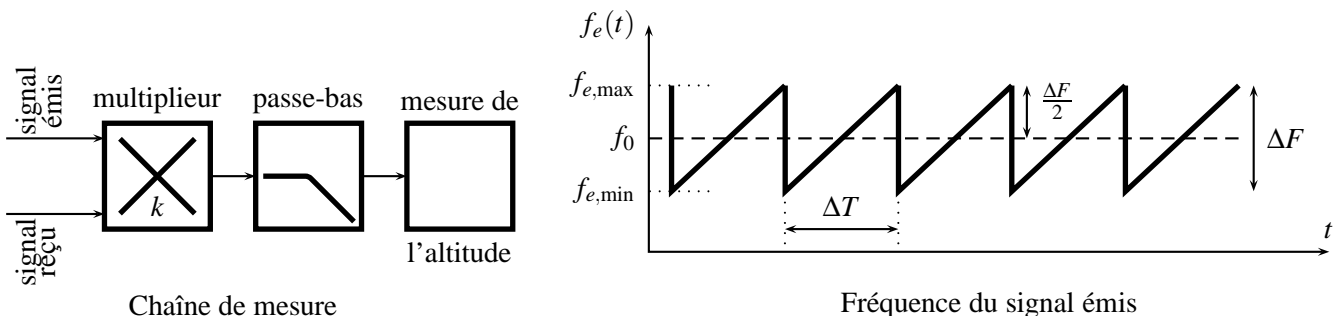


FIG. 1 – Mesure d'altitude

La fréquence $f_e(t)$ du signal émis en direction du sol suit une loi de variation en dents de scie, comme représenté fig. 1 à droite. Elle est centrée autour de la valeur f_0 ; de plus, $\Delta F = f_{e,max} - f_{e,min} \ll f_0$. Dans la suite, nous poserons $m(t) = \frac{2\pi}{\alpha}(f_e(t) - f_0)$, avec α constante réelle non nulle.

I-A-1 : Génération du signal d'émission

On veut émettre le signal $e(t) = A_e \cos \theta_e(t)$, dont la fréquence $f_e(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta_e}{dt}$ est représentée fig. 1 à droite. On réalise alors une modulation de fréquence. En effet, la fréquence de $e(t)$ n'est pas fixe, mais est modulée autour de la fréquence f_0 appelée porteuse. $m(t)$ est le signal modulant. On peut écrire $e(t) = A_e \cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$, où $\frac{d\phi}{dt} = \alpha m(t)$.

Pour élaborer ce signal $e(t)$, on utilise un Oscillateur Contrôlé en Tension (OCT), qui permet de contrôler la fréquence du signal de sortie du montage en fonction de la tension en entrée de l'OCT. On propose le dispositif représenté fig. 2 utilisant la synthèse d'Armstrong et nécessitant la présence d'un oscillateur local très stable.

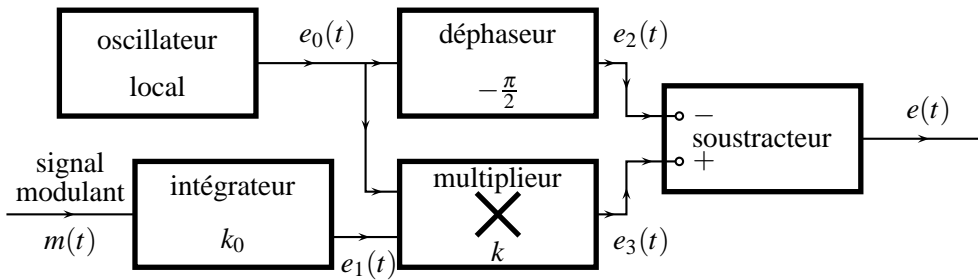


FIG. 2 – Synthèse d’Armstrong

L’oscillateur local fournit le signal $e_0(t) = A_0 \sin(2\pi f_0 t)$ où f_0 est la fréquence de la porteuse. L’intégrateur réalise l’intégration de $m(t)$, avec une constante multiplicative k_0 . On notera $M(t)$ l’intégrale de $m(t)$. Le multiplieur réalise le produit des deux signaux en entrée, avec une constante multiplicative k .

- 1. Donner l’expression des signaux $e_2(t)$, $e_3(t)$ et $e(t)$.
- 2. Simplifier l’expression de $e(t)$ dans le cas d’une faible profondeur de modulation ($|kk_0M(t)| \ll 1$) et comparer son expression avec la forme $e(t) = A_e \cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$ recherchée, avec $m(t) = \frac{2\pi}{\alpha}(f_e(t) - f_0)$.

I-A-2 : Mesure de l’altitude

On revient au montage de la fig. 1 à gauche. Le multiplieur est le même que celui utilisé fig. 2. On note h l’altitude du satellite. Les ondes électromagnétiques se propagent à la vitesse de la lumière c , constante tout au long de leur parcours. Le signal reçu est de la forme $r(t) = A_r \cos \theta_r(t)$.

- 3. Tracer sur un même graphe l’allure de $f_e(t)$ et celle de $f_r(t)$ fréquence du signal reçu.
- 4. Étudier et tracer l’allure générale du signal en sortie du multiplieur.
- 5. On fait l’hypothèse supplémentaire que $2h < c\Delta T$ (hypothèse 1). Donner, en fonction de h , c , ΔT et ΔF l’expression du signal en sortie du filtre passe-bas, supposé de gain statique G_0 . Conclusion ? L’hypothèse (1) est-elle vraiment nécessaire ?
- 6. Proposer une réalisation du filtre passe-bas, et préciser ses caractéristiques pour un fonctionnement correct du circuit.
- 7. Voyez-vous des limitations à ce système ?

I-B : Mesure de vitesse

Il existe deux types de mesures de vitesse : une mesure de pseudovitesse et une mesure de vitesse vraie. Le but de cette partie est d’étudier le principe de ces mesures. Dans les deux cas, la mesure de vitesse est basée sur l’effet Doppler : il correspond à la modification de la fréquence d’une onde lorsqu’elle est reçue par un récepteur en mouvement et/ou lorsqu’elle est émise par un émetteur en mouvement. Ainsi, pour un émetteur mobile de vitesse \vec{v}_e dans un référentiel R , émettant une onde monochromatique de fréquence f_e , et pour un récepteur mobile de vitesse \vec{v}_r dans R , la fréquence f_r de l’onde reçue par le récepteur peut s’écrire en première approximation $f_r = f_e \left(1 - \frac{v_r \cos \theta_r}{c} + \frac{v_e \cos \theta_e}{c} \right)$ (fig.3 à gauche). Ainsi, seules les vitesses radiales $V_e = v_e \cos \theta_e$ et $V_r = v_r \cos \theta_r$ de l’émetteur et du récepteur importent et le décalage Doppler vaut $\Delta f_D = \frac{f_e}{c} (-v_r \cos \theta_r + v_e \cos \theta_e)$.

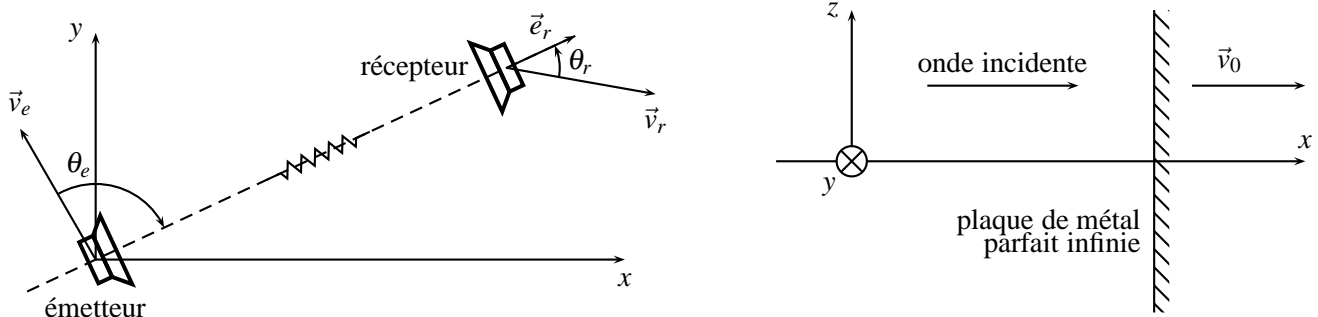


FIG. 3 – Effet Doppler

I-B-1 : Étude de l'effet Doppler

8. Connaissez-vous une manifestation physique de l'effet Doppler ?

On se propose de retrouver l'expression du décalage Doppler dans le cas particulier de la réflexion d'une onde électromagnétique plane harmonique sur une plaque métallique parfaite, supposée infinie, en translation à la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ constante dans le référentiel $R = (Oxyz)$ (fig. 3 à droite). À $t = 0$, la plaque est en $x = 0$. L'onde incidente est de la forme (\vec{E}_i, \vec{B}_i) avec $\vec{E}_i = E_0 \cos\left(\omega_i \left[t - \frac{x}{c}\right]\right) \vec{e}_z$. L'onde réfléchi est de la forme (\vec{E}_r, \vec{B}_r) avec $\vec{E}_r = E_r \cos\left(\omega_r \left[t + \frac{x}{c}\right]\right) \vec{e}_z$. Pour exprimer la réflexion de l'onde et vérifier les conditions aux limites, il convient d'étudier la réflexion dans le référentiel R' en translation par rapport à R et dans lequel la plaque est immobile.

9. En notant (\vec{E}, \vec{B}) un champ électromagnétique dans R et (\vec{E}', \vec{B}') le même champ évalué dans R' , montrer que $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ et que $\vec{B}' = \vec{B}$.
10. Exprimer \vec{B}_i en fonction de E_0, c, ω_i, t et x . Exprimer $\vec{E}'_i, \vec{E}'_r, \vec{B}'_i, \vec{B}'_r$ en fonction de E_0, c, ω_i, t, x et v_0 .
11. En déduire f_r en fonction de f_i, v_0 et c . Comparer ce résultat à celui obtenu en appliquant directement la relation donnant Δf_D .
12. Pourquoi $E_r < E_i$?

I-B-2 : Mesure de la pseudovitesse

La mesure de la pseudovitesse est réalisée lorsque la liaison spatiale est monodirectionnelle : par exemple, une station au sol envoie un signal au satellite qui joue le rôle de récepteur (on se place dans ce cas pour la suite du 2).

Les oscillateurs des dispositifs d'émission et de réception sont donc différents. On cherche à exprimer, dans le référentiel R lié à la Terre, la vitesse radiale V_r du satellite par rapport à l'émetteur fixe. On note f_e la fréquence du signal sinusoïdal émis et Δf_e l'incertitude sur f_e . On note f_{OL} la fréquence de l'oscillateur local du récepteur et Δf_{OL} l'incertitude sur f_{OL} .

La chaîne de mesure est représentée fig. 4. Le signal $s_{OL}(t)$ est le signal sinusoïdal produit par l'oscillateur local. Le signal $s_r(t)$ est le signal reçu par le satellite, supposé de même amplitude que $s_{OL}(t)$. Le multiplieur possède les mêmes caractéristiques que celui de la fig. 2. Le filtre passe-bas ne conserve que la composante de plus basse fréquence, notée f_b . La mesure de la fréquence f_b est supposée parfaite (l'incertitude Δf_b sur la mesure est nulle).

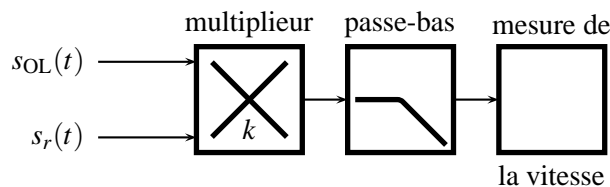


FIG. 4 – Chaîne de mesure de la vitesse

13. Montrer que le signal en sortie du filtre passe-bas a pour fréquence $f_b = \left| f_e \left(1 - \frac{V_r}{c}\right) - f_{OL} \right|$.
14. Les fréquences de l'émetteur et de l'oscillateur local sont maintenant supposées identiques. Donner l'expression de V_r et son incertitude ΔV_r (on négligera dans l'expression finale de ΔV_r le terme en V_r/c devant 1). Conclusion ?
15. Peut-on obtenir le signe de V_r ?

I-B-3 : Mesure de la vitesse vraie

La liaison spatiale est maintenant bidirectionnelle. On se place alors dans le cas où l'oscillateur émetteur-récepteur est unique. Le signal sinusoïdal de fréquence f_{OL} est émis par le satellite, réfléchi par la Terre et reçu par le satellite.

16. La chaîne de mesure restant la même (fig. 4), quelle est l'expression de V_r en fonction de f_b ? Que vaut ΔV_r ?
17. Que pensez-vous de la nécessité de disposer d'un oscillateur local très stable dans le cas d'une mesure de vitesse vraie ?
18. Les mesures précédentes estiment seulement la vitesse radiale du satellite. Que proposez-vous pour une estimation de la vitesse \vec{v} du satellite ?

I-C : Mesure d'angles

De nombreux dispositifs permettent la mesure d'angles. Nous nous limiterons à l'étude du principe de mesures interférométriques. Le satellite S émet un signal radioélectrique (se propageant à la vitesse c), capté par deux récepteurs

au sol A_1 et A_2 distants de a . On note $D_1 = SA_1$, $D_2 = SA_2$ et $\Delta D = D_1 - D_2$. Le but de la mesure est de déterminer l'angle de visée $\alpha = \left(\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1S} \right)$.

Vu les distances mises en jeu ($A_1A_2 \ll A_1S$ et $A_1A_2 \ll A_2S$) on considérera les rayons incidents parallèles entre eux.

- 19. Sachant que le signal émis par S est de la forme $s_e(t) = A_e \cos(2\pi ft)$, donner l'expression des signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ reçus en A_1 et A_2 ; on négligera les atténuations possibles du signal sur son trajet. En déduire l'expression de la différence de phase $\Delta\phi$ entre le signal reçu en A_2 et celui reçu en A_1 . Donner l'expression de α en fonction de $\Delta\phi$.
- 20. La mesure de $\Delta\phi$ permet donc d'accéder à la mesure de α . Comment s'effectue pratiquement la mesure de $\Delta\phi$ dans un dispositif interférométrique à deux ondes ? À quel dispositif classique s'apparente le système étudié ? En faire le schéma de principe ; on placera en particulier sur ce schéma les points S , A_1 et A_2 .
- 21. Le système étudié permet-il la mesure de la direction de visée de l'émetteur en orbite ? Si non, proposer une solution possible.

Problème II : La surface de la Lune

d'après Mines-Ponts (MP) 2003

Dans tout le problème, étoile et planètes seront considérées comme des sphères en équilibre thermique, et qui se comportent comme des corps noirs. On trouvera en fin d'énoncé un ensemble de données relatives à ce problème ; ces données complètent (ou, à l'occasion, répètent) celles de l'énoncé. Quelques-unes de ces données pourront servir plusieurs fois ; d'autres n'ont de valeur qu'informative. Quand l'énoncé ne les indique pas, il appartient aux candidats de repérer et d'utiliser les données utiles pour la résolution de certaines questions.

II-A : Températures de surface

II-A-1 : Température terrestre

- 22. On modélise d'abord la surface de la Terre par une coquille sphérique de température uniforme, en équilibre thermodynamique : puissance absorbée et puissance émise sont égales. Soit P_S la puissance totale émise par le Soleil. Exprimer P_S en fonction du rayon solaire R_S et de la température solaire T_S . Exprimer, en fonction de P_S , la puissance P_0 reçue par la Terre, à la distance D_{ST} du Soleil, supposé ponctuel. Exprimer alors la température de surface de la Terre, T_T .
- 23. En réalité, la puissance absorbée par la surface de la Terre n'est qu'une fraction de la puissance du rayonnement solaire incident : la surface terrestre réfléchit la fraction A_T , nommée albédo, de ce rayonnement. L'albédo moyen de la Terre est égal à 0,35, ce qui signifie que 65% du rayonnement solaire incident est absorbé. Établir l'expression de la température de surface de la Terre T_T , en fonction de T_S , R_S , D_{ST} et A_T .
- 24. Calculer et commenter la valeur numérique de T_T .

L'atmosphère joue en fait un rôle essentiel dans le bilan thermique terrestre. Désormais, on entendra par « Terre » la planète proprement dite, de rayon R_T , entourée d'une pellicule sphérique de gaz, qui constitue l'atmosphère.

L'atmosphère est modélisée par une couche d'épaisseur $e \ll R_T$ et de température uniforme T_a ; elle absorbe la fraction α du rayonnement solaire non réfléchi ; elle absorbe aussi la totalité du rayonnement du corps noir émis par la surface de la Terre. La Terre absorbe de même la totalité du rayonnement émis par l'atmosphère vers celle-ci.

- 25. À quoi pourrait être due la différence d'absorption de l'atmosphère pour les rayonnements solaire et terrestre ?
- 26. Soit T_T' la température superficielle moyenne de la Terre calculée en tenant compte de l'influence de l'atmosphère. Exprimer P_1 , puissance solaire absorbée par la surface terrestre ; exprimer P_2 , puissance rayonnée par l'atmosphère vers la Terre. Effectuer un bilan thermique pour l'atmosphère. En déduire la relation $T_T'^4 = (2 - \alpha)T_T^4$.
- 27. Applications numériques : calculer T_T' pour $\alpha = 0,35$ (l'égalité $\alpha = A_T$ est fortuite). Calculer aussi la température de l'atmosphère, T_a .

II-A-2 : Température lunaire

L'albédo moyen de la Lune, A_L , est égal à 0,073 : 92,7% du flux solaire est absorbé par le sol. On suppose l'albédo uniforme sur toute la surface éclairée.

- 28. Exprimer et calculer la valeur numérique de la température de surface de la Lune, $T_{L,\text{Soleil}}$, en ne tenant compte que du rayonnement solaire.
- 29. L'hypothèse d'une température uniforme pour la Lune n'est pas conforme à la réalité : la surface lunaire présente de gros écarts de température. Représenter sur un schéma la position, par rapport au Soleil, de la zone de températures les plus élevées. Effectuer un bilan thermique pour une surface élémentaire de cette zone et en déduire $T_{L,\text{max}}$, la température maximale à la surface de la Lune. La valeur expérimentale est de l'ordre de 120 °C.

Lorsque l'axe Soleil-Lune est perpendiculaire à l'axe Lune-Terre, on cherche à déterminer la température superficielle de la Lune en un point M éclairé uniquement par la Terre (le « clair de Terre »). Ce point reçoit le rayonnement de deux corps noirs de nature différente, celui du Soleil, réfléchi par la Terre, et celui de l'atmosphère terrestre.

- 30. Évaluer la puissance surfacique de chacun de ces rayonnements.
- 31. Déterminer la température maximale à la surface de la Lune uniquement éclairée par la Terre : $T'_{L, Terre}$. Comment serait modifiée la température d'un point M' situé dans la zone éclairée par le Soleil si l'on tenait compte également du rayonnement terrestre ?
- 32. Un instrument situé à la surface de la Lune détecte un rayonnement visible et un rayonnement infrarouge. Indiquer le domaine de longueurs d'onde caractéristique de chacun de ces rayonnements. À quel domaine de longueurs d'onde appartient le rayonnement thermique émis par la Lune ? Quelle est l'origine du rayonnement visible provenant de la Lune ?

II-B : Le sol lunaire

Le sol lunaire est bombardé et réduit en poussière par les météorites et le vent solaire, constitué essentiellement de protons et d'électrons. La composition du sol lunaire est proche de celle des silicates. La couche supérieure, très fine, est représentée par un empilement compact de sphères de silicates, de rayon R_{Sil} et de température uniforme (fig. 5). Le contact entre les sphères est supposé ponctuel. On note c la distance verticale minimale entre deux sphères en positions semblables. Dans une telle structure compacte, le volume occupé par les sphères est de l'ordre de 74% du volume de l'empilement.

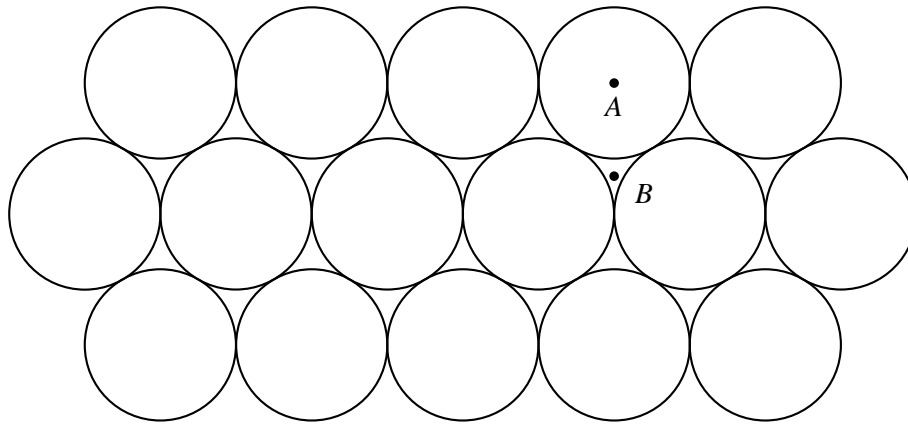


FIG. 5 – Le plan inférieur de l'empilement compact est constitué de sphères dont les centres sont notés A . Une couche identique de sphères, dont les centres sont à l'à-pic des points de type B , est superposée à ce plan. Les centres des sphères de la troisième couche sont en sites de type A , et ainsi de suite (empilement de type $ABAB\dots$)

- 33. Montrer que $c = 4\sqrt{\frac{2}{3}}R_{Sil}$.
- 34. Justifier qu'avec un tel modèle les échanges thermiques entre les sphères soient limités au rayonnement.
- 35. L'empilement précédent est maintenant modélisé par un ensemble de plans parallèles opaques, placés dans le vide, séparés par la distance $c/2$. On suppose que l'écart de température ΔT d'un plan à l'autre est très petit devant la température de ces plans. Chacun de ces plans est supposé rayonner, dans les deux directions normales à sa surface, comme un corps noir. Exprimer à l'aide de ces hypothèses le flux thermique \vec{j}_Q qui se propage de plan en plan dans la direction perpendiculaire à ces derniers. Montrer que l'on peut caractériser le milieu ainsi modélisé par un coefficient de conductivité thermique dépendant de la température de la forme $\lambda(T) = A(R_{Sil}, \sigma)T^n$; trouver la valeur de n et l'expression de A .
- 36. La dimension des grains de poussière est, en ordre de grandeur, $R_{Sil} \simeq 100 \mu\text{m}$; comparer l'ordre de grandeur de $\lambda(T)$ obtenu avec ce modèle avec la valeur expérimentale de la conductivité des silicates.
- 37. Comparer aussi la densité d et la capacité thermique massique c de la couche supérieure avec d_{Sil} et c_{Sil} .

Données numériques

(avec une précision variable)

Soleil

Rayon

$R_S \simeq 7 \times 10^5 \text{ km}$

Température de surface

$T_S \simeq 5\,800 \text{ K}$

Terre

Rayon

$R_T \simeq 6,38 \times 10^3 \text{ km}$

Distance Terre-Soleil

$D_{ST} \simeq 1,5 \times 10^8 \text{ km}$

Masse

$M_T \simeq 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

Albédo

$A_T \simeq 0,35$

Lune

Rayon

$R_L = 1\,740 \text{ km}$

Masse

$M_L = 7,7 \times 10^{22} \text{ kg}$

Distance Terre-Lune

$D_{LT} \simeq 3,84 \times 10^5 \text{ km}$

Période du mouvement autour de la Terre
(Mouvement circulaire restant dans le plan de l'orbite terrestre)

$P_{TL} \simeq 27,25 \text{ jour}$

Période de rotation propre de la Lune
(la Lune présente ainsi toujours la même face à la Terre)

$P_L = P_{TL} \simeq 27,25 \text{ jour}$

Silicates

Densité

$d_{\text{Sil}} \simeq 2,51$

Conductivité thermique

$K_{\text{Sil}} \simeq 1,11 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Capacité thermique massique

$c_{\text{Sil}} \simeq 860 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Ordre de grandeur du rayon

$R_{\text{Sil}} \simeq 100 \text{ } \mu\text{m}$

Température de fusion

$T_f \simeq 1\,500 \text{ K}$

Chaleur latente de fusion

$L_f \simeq 130 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Constantes physiques

Célérité de la lumière dans le vide

$c \simeq 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Constante de la gravitation

$\mathcal{G} \simeq 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Constante de Planck

$h \simeq 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$\hbar = h/2\pi \simeq 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Constante de Boltzmann

$k_B \simeq 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Charge électrique élémentaire

$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Masse de l'électron

$m_e \simeq 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Constante de Stefan

$\sigma = 5,7 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

Constante d'Avogadro

$\mathcal{N}_A \simeq 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Permittivité du vide

$\epsilon_0 \simeq 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

Constante des gaz parfaits

$R = \mathcal{N}_A k_B \simeq 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Loi de rayonnement du corps noir (loi de Planck) :

L'exittance M d'une source est la puissance totale qu'elle émet par unité de surface, toutes directions et toutes longueurs d'onde confondues. La loi de Stefan stipule que l'exittance d'un corps noir augmente comme la quatrième puissance de sa température : $M \propto T^4$.

L'exittance spectrale $M(\lambda)$ est la puissance émise à la température T par l'unité de surface du corps noir dans l'intervalle spectral $[\lambda, \lambda + d\lambda]$: $dM = M(\lambda)d\lambda$. Son expression est $M(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1}$. L'exittance spectrale est maximale pour la longueur d'onde λ_m liée à la température par la relation $\lambda_m T = 2\,898 \text{ K} \cdot \mu\text{m}$.