

Exercices : 12 - Réseaux

A. Maximums Principaux

1. Réalisation d'un réseau

Soient deux ondes planes monochromatiques (k est la norme du vecteur d'onde), de même amplitude, ayant des directions de propagation faisant un angle α entre elles. Ces deux ondes interfèrent.

1. Exprimer l'intensité résultant de l'interférence sur un axe Oy d'orientation $\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$.
2. En déduire l'expression de l'interfrange.

On veut réaliser un réseau holographique par photographie de la figure d'interférences des deux ondes planes inclinées provenant d'un laser Hélium-Néon ($\lambda = 632,8$ nm). Le pas du réseau doit être de 1000 traits par mm.

3. Quel angle α doivent faire entre elles les directions de propagation des deux ondes ?

2. Ordres présents pour un réseau par transmission

On considère un réseau par transmission comportant $n = 800$ traits (ou fentes) par mm. Il est éclairé sous une incidence normale par une source lumineuse située dans le plan focal objet d'une lentille convergente. Cette source émet deux radiations de longueurs d'onde $\lambda_1 = 500$ nm et $\lambda_2 = 600$ nm.

1. Déterminer le nombre d'ordres visibles pour chacune des deux longueurs d'onde. Calculer numériquement les angles correspondants, on notera θ_p l'angle correspondant à l'ordre p . Rassembler les valeurs dans un tableau.
2. Pour un ordre donné, calculer l'écart entre les angles correspondant aux deux longueurs d'onde $\Delta\theta_p = |\theta_{p1} - \theta_{p2}|$.
On éclaire maintenant le réseau sous une incidence $i_0 = 30^\circ$.
3. Comment sont modifiés les résultats précédents ? On construira un nouveau tableau.

La seconde radiation possède maintenant une longueur d'onde $\lambda_2 = 505$ nm. Dans quelle situation les maxima principaux correspondants (pour un ordre p donné) seront-ils séparés par l'angle $\Delta\theta_p$ le plus grand ? Conclure quant aux conditions d'utilisation d'un réseau dont la fonction première est la séparation des longueurs d'onde de la source qui l'éclaire.

3. Réseau par réflexion

On considère un réseau d'amplitude par réflexion comportant $n = 500$ lignes par mm. L'angle d'incidence i et l'angle de réflexion θ sont supposés très voisins comme cela est représenté sur la figure 1. Attention à ne pas oublier que le problème ici est envisagé du point de vue de l'optique ondulatoire et non pas de l'optique géométrique pour lequel un tel schéma serait aberrant.

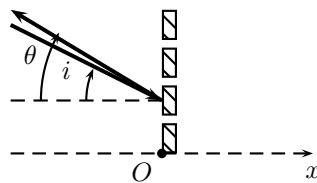


FIG. 1 – Réseau par réflexion

1. Établir l'expression de la différence de marche entre deux rayons consécutifs.
2. Déterminer approximativement les valeurs de $\theta \simeq i$ correspondant aux cinq premiers ordres possibles, pour la raie de longueur d'onde $\lambda = 577$ nm.
3. Le spectre est observé dans le plan focal d'une lentille de distance focale $f = 1$ m. Trouver la distance Δx qui sépare, dans le premier ordre, les deux images de la fente d'entrée relatives aux raies jaunes du doublet du mercure, de longueurs d'ondes 577 nm et 579 nm.

4. Position des raies dans la figure de diffraction

Un réseau par réflexion comporte 400 traits par mm. Il est éclairé sous une incidence $i = 30^\circ$ à la longueur d'onde $\lambda = 589$ nm.

1. Représenter sur un schéma un rayon lumineux incident et le rayon lumineux émergent.
2. Déterminer les positions des maxima principaux.
3. Quelle doit être la largeur du réseau pour séparer le doublet du sodium ($\Delta\lambda = 0,6$ nm) dans le second ordre ? Quel est alors l'angle formé par les deux rayons diffractés correspondants ?

B. Applications du réseau

5. Spectroscopie à réseau

On utilise un goniomètre (cf. fig. 2) pour étudier un réseau de N traits par unité de longueur ($N = 800 \text{ mm}^{-1}$). Les faisceaux incident et émergent font les angles i et i_0 avec la normale au réseau. Le faisceau incident est parallèle, monochromatique de longueur d'onde λ .

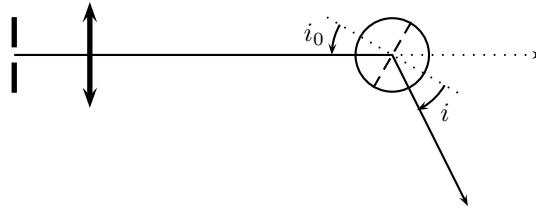


FIG. 2 – Réseau plan et goniomètre

1. Quelle est la signification du nombre sans dimension g défini par $g = \frac{\sin i - \sin i_0}{\lambda N}$?
2. Quel est le nombre maximal d'ordres observables dans le domaine visible en incidence normale ?
3. Déterminer les angles i_0 et i , ainsi que la déviation D , dans le cas où celle-ci est minimale.
4. On donne $\lambda = 500 \text{ nm}$ et $g = 2$. Déterminer le plus petit écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ repérable par ce dispositif, si le réseau est éclairé sur une largeur totale égale à 1 cm.
5. Quels autres facteurs limitent la résolution de ce dispositif ? Proposer une évaluation quantitative.

6. Réseau de Michelson

Un réseau à échellette (réseau de Michelson) est formé de l'empilement de N lames de verre réfléchissantes, de même épaisseur e , décalées de a , conformément à la figure 3.

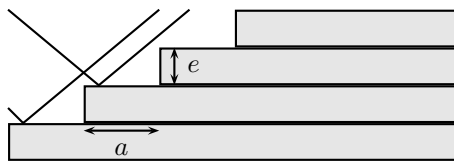


FIG. 3 – Réseau de Michelson

Un faisceau de lumière parallèle, monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,66 \mu\text{m}$, éclaire le réseau sous l'incidence θ .

1. Analyse qualitative.
 - (a) Dans le cas où $\theta = 0$, quelle est la direction du maximum d'intensité du fait de la réflexion ?
 - (b) À quelle condition ce maximum correspond-il aussi à un maximum d'interférences ?
 - (c) On suppose ici $e = 0,1 \text{ mm}$. Commenter les conditions ci-dessus.
2. Analyse quantitative.
 - (a) Déterminer la répartition d'amplitude diffractée par un seul des traits du réseau ; on ne suppose plus nécessairement $\theta = 0$.
 - (b) Même question pour l'ensemble des N traits du réseau.
 - (c) À quelle condition le maximum de diffraction coïncide-t-il avec un maximum d'interférence ?
 - (d) Définir et calculer le pouvoir de résolution de ce réseau, utilisé comme un monochromateur en $\theta = 0$ avec $N = 20$.

Réponses : Réflexion en $\theta = 0$, maximum d'interférences si $2e = p\lambda$; $p = 303,03$ quasiment le cas ; amplitude diffractée en $\text{sinc} \frac{\pi a(\sin i - \sin \theta)}{\lambda}$; différence de marche $\delta = a(\sin i - \sin \theta) + e(\cos i + \cos \theta)$, amplitude des interférences en $\frac{\sin \frac{N\pi\delta}{\lambda}}{\sin \frac{\pi\delta}{\lambda}}$; maximum de diffraction si $i = \theta$ alors $\delta = 2e \cos \theta$, maximum d'interférences si $2e \cos \theta = p\lambda$ avec $p \in \mathbb{N}$, $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \frac{2e}{\lambda} \simeq 6060$.